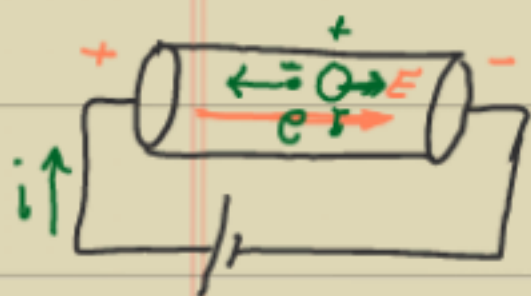


جریان، نقطه قابل استیصال و به معنای شری یا حرکت بارهای الکتریکی است.

$$\bar{i} = \frac{q}{t} \quad \xrightarrow{\text{جریان مثبت}} \quad i = \frac{dq}{dt}$$

جریان یک کمیت اصلی - زده ای - ماکروسکوپی (قابل اندازه گیری با رسانای آزمایشگاهی) است.

واحد جریان، آمپر (amp) است. عامل ایجاد جریان، وجود میدان است که در اثر اختلاف پتانسیل ایجاد می شود. بنابراین بر خلات آنچه در الکترودستاتیک بیان شد (میدان در رسانا صفر است) برای وجود جریان الکتریکی: (میدان در رسانا صفر نیست).



حاملین جریان در رسانای جامد، الکترون های آزاد هستند.

سمت حرکت الکترون خلاف جهت میدان یعنی از منفی به مثبت است. جریان قراردادی در جهت میدان از + به - می باشد. چگالی جریان J برداری است در جهت میدان که اندازه آن برابر است با تغییرات

$$J = \frac{i}{S} \quad \left(\frac{\text{amp}}{\text{m}^2} \right) \quad \text{جریان یکنواخت} \quad J = \frac{di}{dS} \quad \text{چگالی ثابت}$$

مقاومت الکتریکی R : الکترون در هنگام حرکت، با سایر ذرات در مسیر برخورد کرده و بخشی از انرژی تلف می شود. هرچه برخورد بیشتر باشد، اندک انرژی بیشتری به واسطه مقاومت بیشتری تلف می شود.

تعریف: نسبت ولتاژ در سریکسیم به جریان عبوری از آن را مقاومت اهمی گویند.

$$R = \frac{V}{i} \quad \text{هر چند } R \text{ تابع } V \text{ و } i \text{ نیست.} \quad V = Ri$$

مقاومت یک سیم تابع ابعاد جنس و دماست.

$$R = R_0 (1 + \alpha \Delta T) \quad \alpha \text{ ضریب دمایی، تابع جنس است.}$$

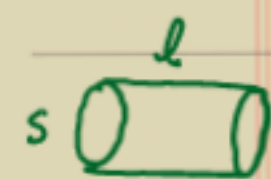
$R = \frac{V}{i}$ قانون اهم ماکروکوپ و مقاومت ویژه ρ در رابطه $\rho = \frac{E}{J}$ قانون اهم میکروکوپ است.



مقاومت ویژه: مقاومت واحد طول یک سیستم است که تابع جنس ماده است.

$$R = \frac{V}{i} = \frac{E l}{J s} = \rho \frac{l}{s}$$

مثال: سیمی به طول l را می کشیم تا طول آن ۴ برابر شود، مقاومت آن چه تغییری می کند.



توجه داشته باشیم که هنگام کشیدن سیم، جنس و دمای سیم تغییر نمی کند بنابراین حجم آن نیز ثابت خواهد بود یعنی:

$$V = s l = s' l'$$

$$l' = 4l \rightarrow s' = \frac{1}{4}s \quad R = \rho \frac{l}{s}, \quad R' = \rho \frac{l'}{s'}$$

$$\frac{R'}{R} = \frac{\rho l' / s'}{\rho l / s} = \frac{l' s}{l s'} = \frac{4ls}{l(\frac{1}{4}s)} = 16 \rightarrow R' = 16R$$

انرژی معرفی در مقاومت و توان معرفی:



هنگامی که جریان از مقاومت R می گذرد، می توان تعریف انرژی تبدیل را به این صورت بیان کرد که: مقدار کاری که انجام می شود تا بار از مقاومت عبور کند. این انرژی به صورت گرما وارد محیط شده و به انرژی معرفی معروف است.

$$dw = v dq = v i dt \rightarrow w = \int_{t_0}^t v i dt$$

ملاحظه می شود که انرژی معرفی در مقاومت، تابع مدت زمان است که جریان از مقاومت می گذرد، بنابراین معمولاً توان

$$P = \frac{dw}{dt} = \frac{v dq}{dt} = v i = R i^2 = \frac{v^2}{R}$$

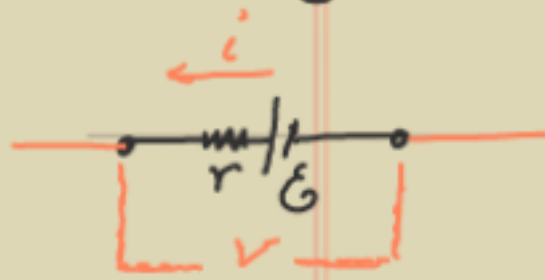
معمولاً می سب می شود. واحد توان در SI (وات W) است. با داشتن توان معرفی، می توان میزان انرژی معرفی را در مدت زمان تعیین حساب کرد.

فصل ۷: نیرو محرکه الکتریکی (ج) و مدارهای جریان مستقیم

نیرو محرکه منبع تولید انرژی الکتریکی است. روشهای بسیار متنوعی برای تولید انرژی الکتریکی وجود دارد مانند باتری های شیمیایی - فتووسل - پیزوالکتریک - ترموکوپل - القاء الکترومغناطیسی و ... برای جریان مستقیم، منبع نیرو محرکه با نماد $\mathcal{E}$ نشان داده می شود.

جهت نیرو محرکه $\mathcal{E}$ ، اختلاف پتانسیل V می باشد و هر دو بر حسب ولت بیان می شوند. باین تفاوت که:

- ۱- ولتاژ مربوط به هر عنصر الکتریکی در مدار است (چه برده باشد و چه صرف کننده و ...) و نیرو محرکه فقط مربوط به منبع است.
- ۲- برای هر منبع میزان تولید اسمی برابر نیرو محرکه است ولی به دلیل وجود تفاوت داخلی (r)، برای هر منبع، هنگام اتصال در مدار، خروجی منبع برابر ولتاژ منبع است و همیسه!



$$V = \mathcal{E} - ir$$

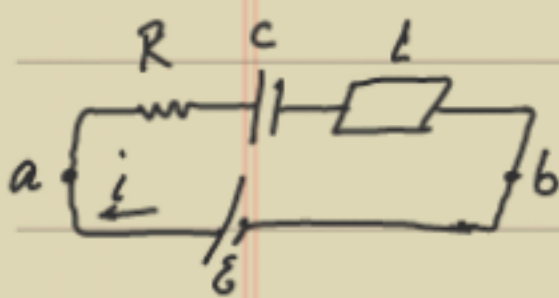
یک مدار الکتریکی مجموعه ای از منابع، صرف کننده و دیگر عناصر الکتریکی است.

برای تجزیه و تحلیل یک مدار الکتریکی روشهای متنوعی وجود دارد. یکی از این روشها، استفاده از دو اصل (۱- عدم وابستگی ولتاژ به مسیر،

۲- اصل پابستگی بار) است که به تفصیل حلقه KVL و قضیه گره KCL معروف است.

حلقه: هر مسیر بسته را یک حلقه گویند. گره: هر نقطه که محل انشعاب (حیه تقسیم) باشد را گره گویند.

ساخته: هر مسیر که از یک گره به گره دیگر برسد ساخته گویند.



(KVL):

در مدار متبیل که یک حلقه وجود دارد، عدم وابستگی ولتاژ به مسیر:

$$V_a = (\text{مجموع ولتاژ عناصر موجود در مسیر}) + V_a$$

حال اگر حلقه را کامل در بزنیم و از نقطه a به a برسیم:

$$V_a = (\text{مجموع ولتاژ عناصر موجود در حلقه}) + V_a$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ولتاژ عناصر موجود در حلقه} = 0$$

عبارت فوق به قضیه حلقه (KVL قانون ولتاژهای کیه منف) معروف است. $\sum V_i = 0$ در هر حلقه

قرار داد (۱) ۱- بر حسب قطبیت: هنگام دور زدن حلقه اگر از سر مثبت هر عنصر خارج شدیم $+V$ و اگر از سر منفی خارج شدیم $-V$.

۲- بر حسب جریان: اگر هم جهت با جریان از مقاومت عبور کردیم $+iR$ و اگر خلاف جهت از مقاومت عبور کردیم $-iR$.

اگر مدار شامل بیش از یک حلقه باشد، در این صورت گره ایجاد می شود. در شکل مقابل:



با توجه به اصل پایستگی بار (در گره بار به وجود نمی آید و از بین نمی رود) میزان جریان ورودی به هر گره باید با میزان جریان خروجی از گره برابر باشد یعنی:

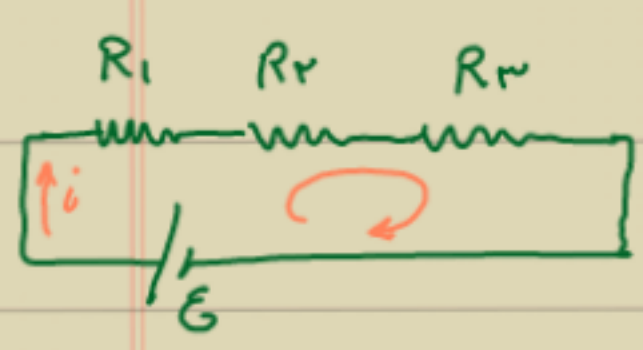
اگر جریان ورودی را متغی و خروجی را مثبت بگیریم

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

در این صورت در هر گره مجموع جریان ها باید صفر باشد این موضوع به قضیه گره (kcl) معروف است.

مجموع جریان های خروجی = مجموع جریان های ورودی $\Rightarrow \sum i = 0$ در هر گره

مثال ۱. مقاومت معادل در یک ترکیب سری را می بیند.



kvl: $E - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0 \rightarrow i = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3}$

اگر بخوایم تنها سری از R_{eq} استفاده شود باید همین جریان از آن عبور کند یعنی:

$$i = \frac{E}{R_{eq}}$$

در ترکیب سری $R_{eq} = \sum R_i$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$



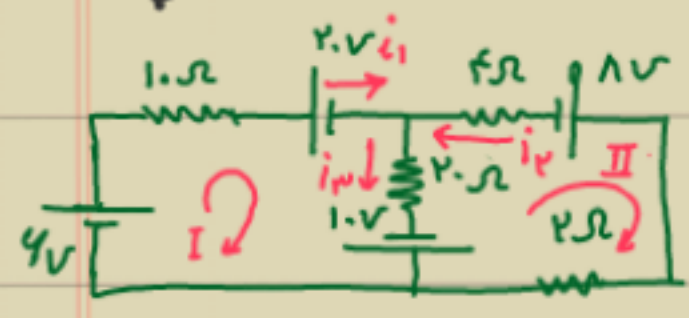
مثال ۲. رابطه مقاومت معادل در ترکیب موازی را بدست آورید!

kvl: $\begin{cases} \textcircled{1} & E - i_1 R_1 = 0 \rightarrow i_1 = \frac{E}{R_1} \\ \textcircled{2} & E - i_2 R_2 = 0 \rightarrow i_2 = \frac{E}{R_2} \\ \textcircled{3} & E - i_3 R_3 = 0 \rightarrow i_3 = \frac{E}{R_3} \end{cases}$

kcl: $i = i_1 + i_2 + i_3 \rightarrow i = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3}$

در ترکیب موازی $\frac{1}{R_{eq}} = \sum \frac{1}{R_i}$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$



مثال ۳. در مدار زیر جریان در هر شاخه چقدر است؟

به هر شاخه جریانی را نسبت داده و آن را بدست می آوریم.

kvl: $\begin{cases} \textcircled{I}: & -2i_3 + 1 + 4 - 1i_1 - 2 = 0 \\ \textcircled{II}: & 4i_2 + 8 + 2i_2 - 1 + 2i_3 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2i_1 - 2i_2 - 4 = 0 & \times 2 \\ 2i_1 + 4i_2 - 2 = 0 & \times 3 \end{cases}$

kcl: $i_1 + i_2 = i_3$

$$(78 - 40) i_2 - 12 = 0 \rightarrow i_2 = \frac{12}{38} = 7.37 \text{ amp}$$

$$i_1 = \frac{2 - 24 i_2}{20} = \frac{2 - 24 (7.37)}{20} = -7.38 \text{ amp}$$

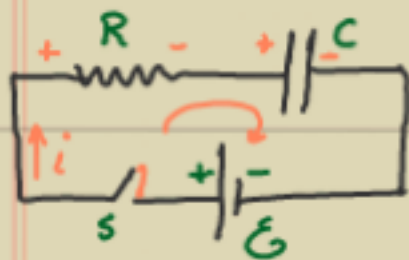
$$i_3 = i_1 + i_2 = 7.37 - 7.38 = -0.1 \text{ amp}$$

علامت منفی نشانی می‌دهد جهت i_2 خلاف چیزی است که در نظر گرفته ایم.

شال ۴. مدار RC (سازر):

خازن C، مقاومت R به طور متوالی در یک حلقه S به باتری $\mathcal{E}$ متصل شده و ابتدا حلقه باز

و خازن خالی است. در $t=0$ حلقه بسته شده و خازن شروع به پر شدن می‌کند. رابطای برای بار روی خازن و جریان عبوری از مدار بر حسب زمان بدست آورید.



با بستن حلقه، قضیه حلقه به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\mathcal{E} - V_R - V_C = 0$$

$$V_R = iR, \quad V_C = \frac{q}{C}$$

$$\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0 \xrightarrow{i = \frac{dq}{dt}} \mathcal{E} - R \frac{dq}{dt} - \frac{q}{C} = 0 \rightarrow -R \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C} - \mathcal{E} = \frac{q - \mathcal{E}C}{C}$$

$$\rightarrow \frac{dq}{q - \mathcal{E}C} = - \frac{dt}{RC} \Rightarrow \int_{q=0}^q \frac{dq}{q - \mathcal{E}C} = - \frac{1}{RC} \int_{t=0}^t dt \Rightarrow \ln(q - \mathcal{E}C) \Big|_0^q = - \frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow \ln(q - \mathcal{E}C) - \ln(-\mathcal{E}C) = - \frac{t}{RC} \rightarrow \ln \frac{q - \mathcal{E}C}{-\mathcal{E}C} = - \frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow \frac{q - \mathcal{E}C}{-\mathcal{E}C} = e^{-t/RC} \rightarrow q - \mathcal{E}C = -\mathcal{E}C e^{-t/RC} \rightarrow q = \mathcal{E}C (1 - e^{-t/RC})$$

برای بدست آوردن جریان، کافیت از رابطه فوق مشتق گیری نسبت به زمان داشته باشیم.

$$i = \frac{dq}{dt} = \mathcal{E}C \left(\frac{1}{RC} e^{-t/RC} \right) \rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$

در $t=0$ چون خازن خالی است، به راحتی می‌توان دانست خشی جریان را از خود عبور می‌دهد (الف).

$$t=0 \Rightarrow q=0, \quad i = \frac{\mathcal{E}}{R} = i_{\max}$$

در $t \rightarrow \infty$ ، خازن پر شده و پس از آن جریان را از خود عبور نمی‌دهد.

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow q = \mathcal{E}C = q_{\max}, \quad i = 0$$



نکته: RC باید ضمن زمان دانسته باشد و عموماً به آن $\tau = RC$ ثابت زمانی مدار گفته می‌شود.

سوال ۵. چند ثابت زمانی لازم است تا خازن ۹۹٪ پر شود.

$$q = 0.99 q_{max}$$

$$q = q_{max} (1 - e^{-t/\tau}) \Rightarrow 0.99 q_{max} = q_{max} (1 - e^{-t/\tau}) \rightarrow 1 - e^{-t/\tau} = 0.99$$

$$e^{-t/\tau} = 0.01 \Rightarrow -\frac{t}{\tau} = \ln(0.01) = -4.6 \Rightarrow t = 4.6 \tau$$

بنابراین ۴٫۶ برابر ثابت زمانی لازم است.

سوال ۶. در یک مدار RC ؛ $E = 2.5$ ، $R = 100 k\Omega$ ، $C = 2 \mu F$.

الف) ثابت زمانی مدار چقدر است؟

ب) حداکثر جریان در مدار چقدر است؟

ج) حداکثر بار خازن چقدر است؟

د) چه مدت پس از بستن کلید، جریان مدار $14 mA$ خواهد شد؟

الف) $\tau = RC = 100 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-6} = 2 \text{ s}$

ب) $i_{max} = \frac{E}{R} = \frac{2.5}{100} = 0.025 \text{ A} = 25 \text{ mA}$

ج) $q_{max} = EC = 2.5 (2) = 5 \mu C$

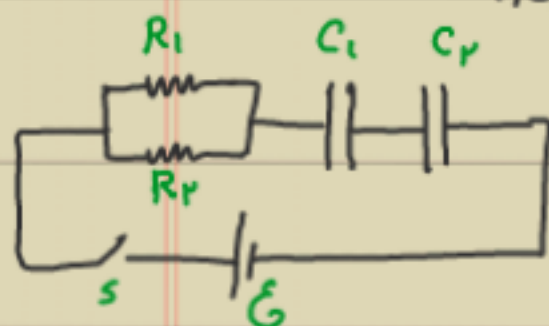
د) $i = i_{max} e^{-t/\tau} \rightarrow 0.014 = 0.025 e^{-t/2} \Rightarrow e^{-t/2} = \frac{0.014}{0.025} = 0.56$

$$-\frac{t}{\tau} = \ln(0.56) = -0.78 \Rightarrow t = 0.78 \tau = 0.78 (2) = 1.56 \text{ s}$$

توجه داشته باشید که اگر در مدار تعداد خازن‌ها و مقاومت‌ها بیشتر از یکی باشد، باید مقاومت معادل و ظرفیت معادل را

در روابط جایگزین کنیم یعنی $\tau = R_{eq} C_{eq}$.

سوال ۷. در مدار زیر، چه مدت پس از بستن کلید، جریان مدار به نصف مقدار بی‌نهایت می‌رسد.



$$E = 2.5, R_1 = 1 M\Omega, R_2 = 3 M\Omega, C_1 = 4 \mu F, C_2 = 3 \mu F$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3}{4} M\Omega = 750 k\Omega$$

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3 \times 4}{7} = 1.71 \mu F$$

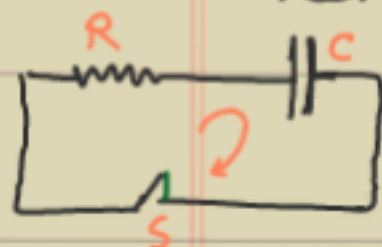
$$\tau = R_{eq} C_{eq} = (750 \text{ M}\Omega)(2 \mu\text{F}) = 15 \text{ s}$$

$$i = i_{max} e^{-t/\tau} \rightarrow 75 i_{max} = i_{max} e^{-t/\tau} \rightarrow e^{-t/\tau} = 75 \rightarrow -\frac{t}{\tau} = \ln(75) = -4.9 \rightarrow t = 4.9 \tau = 4.9(15) = 73.5 \text{ s}$$

$$t = 4.9 \tau = 4.9(15) = 73.5 \text{ s}$$

مثال ۸- خازن C که ابتدا پر است توسط کلید S به مقاومت R بسته شده و کلید ابتدا باز است. در $t=0$ کلید بسته

شده و خازن از طریق مقاومت تخلیه می شود (دشارژ). رابطه q و t بر حسب زمان چگونه است.



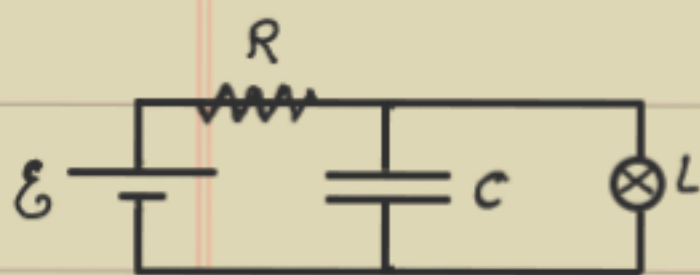
$$\text{KVL: } V_R + V_C = 0 \rightarrow iR + \frac{q}{C} = 0 \rightarrow R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC} \rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC} \rightarrow \int \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int dt$$

$$\ln q \Big|_{q_{max}}^q = -\frac{t}{RC} \rightarrow \ln \frac{q}{q_{max}} = -\frac{t}{RC} \rightarrow \frac{q}{q_{max}} = e^{-t/RC} \rightarrow q = q_{max} e^{-t/RC}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_{max}}{RC} e^{-t/RC} = -\frac{V_{max}}{R} e^{-t/RC} \rightarrow i = -i_{max} e^{-t/RC}$$

مثال ۹- در مدار زیر، اگر $\mathcal{E} = 10 \text{ V}$ و $V_L = 7 \text{ V}$ (ولتاژ شکست لامپ) و $R = 400 \text{ k}\Omega$ باشد و قرار باشد که لامپ هر ۲ ثانیه



یک بار روشن شود، مقدار C چقدر است.

حل: در مدار مقابل ابتدا خازن شارژ به پر شدن می کند و هنگامی که

ولت دومر آن به V_L رسید، خازن در لامپ تخلیه شده و لامپ برای یک لحظه روشن می شود و این فرآیند ادامه می یابد.

برای اینکه لامپ هر ۲ ثانیه یک بار روشن شود، لازم است که خازن هر ۲ ثانیه یک بار پر شود یعنی زمان شارژ خازن

$$q = \mathcal{E}C(1 - e^{-t/\tau}) \rightarrow \frac{q}{C} = \mathcal{E}(1 - e^{-t/\tau}) \rightarrow V_C = \mathcal{E}(1 - e^{-t/\tau}) \quad t = 2 \text{ s}$$

$$V_C = V_L \rightarrow V_L = \mathcal{E}(1 - e^{-t/\tau}) \rightarrow 7 = 10(1 - e^{-t/\tau}) \rightarrow \frac{7}{10} = 1 - e^{-t/\tau} \rightarrow e^{-t/\tau} = 1 - \frac{7}{10}$$

$$e^{-t/\tau} = \frac{1}{10} \rightarrow -\frac{t}{\tau} = \ln\left(\frac{1}{10}\right) = -2.303 \rightarrow \frac{t}{\tau} = 2.303 \xrightarrow{t=2 \text{ s}} \tau = \frac{2}{2.303} = 0.868 \text{ s}$$

$$\tau = RC \rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{0.868}{400 \times 10^3} = 2.17 \times 10^{-6} \text{ F} = 2.17 \mu\text{F}$$